

Asymptotyczne własności pewnej klasy spacerów losowych na kracie liczb całkowitych

Wojciech Cygan

Promotor: prof. dr hab. Alexander Bendikov

STRESZCZENIE

W rozprawie zajmujemy się pewną klasą spacerów losowych na kracie liczb całkowitych $\mathbb{Z}^d$. Rozważane przez nas spacery są dyskretnymi odpowiednikami ciągłych procesów α -stabilnych w $\mathbb{R}^d$. Precyzując, z prostego spaceru losowego (S_n) budujemy nowy spacer (S_n^τ) postaci $S_n^\tau = S_{\tau_n}$, gdzie (τ_n) jest spacerem losowym na $\mathbb{N}$ niezależnym od S . Proces (τ_n) nazywamy dyskretnym subordynatorem. Głównie interesujemy się subordynatorami scharakteryzowanymi przez poniższe równanie

$$\mathbb{E}(e^{-\lambda\tau_n}) = (1 - \psi(1 - e^{-\lambda}))^n, \quad \lambda \geq 0,$$

gdzie ψ jest funkcją Bernsteina. W przypadku $\psi(\lambda) = \lambda^{\alpha/2}$, $0 < \alpha < 2$, odpowiadający spacer losowy S^τ nazywany jest α -stabilnym spacerem losowym i oznaczany jest przez S_α . Wspomniany wybór klasy dyskretnych subordynatorów motywowany jest poniższą zależnością funkcyjną

$$I - P_\tau = \psi(I - P),$$

gdzie P i P_τ są operatorami przejścia dla S i S^τ odpowiednio.

W pracy badamy także zbiory masywne (rekurencyjne) względem spacerów S_α . Gdy $0 < \alpha < 2$ oraz $d \geq 3$ dowolna prosta w $\mathbb{Z}^d$ jest niemasywna względem S_α natomiast każdy stożek jest zbiorem S_α -masywnym. Dlatego zajmujemy się masywnością zbiorów 'cieńszych', np. *kolców*. Przypomnijmy, że kolec $\mathcal{T}$ związany z niemalejącym ciągiem $t(n)$ liczb naturalnych jest zdefiniowany jako zbiór

$$\mathcal{T} = \{(x_1, \dots, x_d) \in \mathbb{Z}^d : \|(x_1, \dots, x_{d-1})\| \leq t(x_d), x_d \geq 1\},$$

gdzie $\lim_{n \rightarrow \infty} t(n)/n = 0$. Dowodzimy twierdzenia, które dostarcza warunków dostatecznych i koniecznych dla masywności kolców. W przypadku gdy kolec jest masywny badamy również masywność jego właściwych podzbiorów. Przykładowo studiujemy masywność podkolców generowanych przez liczby pierwsze oraz przez ich podzbiory, np. liczby Leitmanna.

Nasze wyniki oparte są na dokładnych oszacowaniach powiązanej pojemności $\text{Cap}_\alpha(B)$, $B \subset \mathbb{Z}^d$, na twierdzeniu opisującym zachowanie w nieskończoności odpowiedniej funkcji Greena $G_\alpha(x)$ oraz na kryterium masywności.