O pewnych własnościach rozwiązań stochastycznego równania rekurencyjnego

STRESZCZENIE ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

Tematem rozprawy doktorskiej jest regularność rozwiązań stacjonarnych stochastycznego równania rekurencyjnego

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{A}_{n+1}\mathbf{X}_n + \mathbf{B}_{n+1}, \tag{0.1}$$

gdzie $(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n)$ jest ciągiem niezależnych wektorów losowych o jednakowych rozkładach. Regularność jest tutaj rozumiana na dwa sposoby. Pierwsze cztery rozdziały rozprawy dotyczą asymptotycznego zachowania ogonów rozkładu

$$\mathbb{P}(X_i > t),$$

w przypadku wielowymiarowym, gdzie X_i oznacza i-tą współrzędną rozwiązania stacjonarnego $\mathbf{X}$. Rozdział 5 opisuje metodę sprowadzania zagadnienia badania rozwiązań stacjonarnych równania (0.1) z d-wymiarowymi macierzami $\mathbf{A}_n$ do przypadku, gdy $\mathbf{A}_n$ są blokowymi macierzami trójkątnymi. Szósty rozdział dotyczy absolutnej ciągłości rozkładu rozwiązania stacjonarnego w przypadku jednowymiarowym.

W rozdziałach 1-4 zakładamy, że $\mathbf{A}_n$ są d-wymiarowymi macierzami górnotrójkątnymi o nieujemnych współczynnikach oraz że istnieją dodatnie $\alpha_1, \dots, \alpha_d$ takie, że

$$\mathbb{E}A_{ii,n}^{\alpha_i} = 1.$$

Przy założeniu, że $\alpha_i \neq \alpha_j$ dla $i \neq j$ wyznaczamy (rozdz. 3) dokładną asymptotykę dla ogonów rozwiązania stacjonarnego, tj. dodatnie stałe $C_i, \widetilde{\alpha_i}$ takie, że

$$\lim_{t\to\infty} t^{\widetilde{\alpha_i}}\mathbb{P}(X_i > t) = C_i.$$

Następnie osłabiamy założenie dotyczące rozkładów elementów diagonalnych macierzy $\mathbf{A}_n$: dopuszczamy $\alpha_i = \alpha_j$ dla $i \neq j$, ale wykluczamy $A_{ii,n} = A_{jj,n}$ p.w. Przy takich założeniach pokazujemy (rozdz. 4) górne i dolne oszacowania dla ogonów rozwiązania, tzn. znajdujemy dodatnie stałe L_i, M_i, T takie, że

$$L_i t^{-\widetilde{\alpha_i}} \le \mathbb{P}(X_i > t) \le M_i t^{-\widetilde{\alpha_i}}(\log t)^{\xi(i)},$$

dla $t > T$, gdzie $\xi(i) \in \mathbb{N}$ jest parametrem zależnym od rozkładu macierzy $\mathbf{A}_n$.

W szóstym rozdziale zakładamy, że $\mathbf{A}_n$ są rzeczywistymi zmiennymi losowymi i znajdujemy nietrywialne warunki, które gwarantują absolutną ciągłość rozkładu rozwiązania $\mathbf{X}$ względem miary Lebesgue'a.

Witold Świątkowski